

# BILDUNGSSTANDARDS

## 4. Schuljahr – MATHEMATIK

---

### 1. ALLGEMEINE BEMERKUNGEN ZUM FACHBEREICH UND ZUM KOMPETENZMODELL

#### 1.1 Kontext

Das Verhältnis vieler Erwachsener zur Mathematik ist zwiespältig. Auf der einen Seite ist der Wert der Mathematik unbestritten. Sie ist der Inbegriff einer exakten Wissenschaft, Ursprung und Vorbild für alle Wissenschaften. Ohne mathematische Hilfsmittel wären die Fortschritte in Naturwissenschaften und Technik unmöglich. Auf der anderen Seite gilt die Mathematik vielen – auch «bildungsnahen» – Erwachsenen als Inbegriff des Abstrakten, Schwierigen, Blutleeren und Langweiligen. Diese Zwiespältigkeit zu beheben oder zumindest zu verringern ist ein wichtiger Bildungsauftrag des Schulfachs Mathematik. Ohne mathematische Grundbildung erschliesst sich die moderne, von Information, Kommunikation und Technik geprägte Welt nur unzureichend und reduziert sich die Mitgestaltungsmöglichkeit und Teilhabe am gesellschaftlichen Leben. Dies kommt auch in der PISA-Definition der mathematischen Grundbildung als «mathematical literacy» zum Ausdruck. Sie wird als die Fähigkeit definiert «die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens einer Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht».

Auch wenn diese Definition etwas einseitig die Vorbereitung auf die gesellschaftliche Rolle als Bürger in den Vordergrund stellt und die persönliche Selbstverwirklichung, das lebenslange Lernen und den Bildungswert der Mathematik weniger betont, gibt sie für die Festlegung mathematischer Grundkompetenzen wichtige Impulse. Mathematische Grundkompetenzen sollen den Schülerinnen und Schülern helfen, die Welt (in der weitesten Bedeutung des Wortes) zu verstehen, sie konstruktiv, engagiert und reflektiert mitzugestalten und sich selbst in ihr zu entfalten und weiterzuentwickeln.

Ein Kompetenzmodell ist ein Hilfsmittel, um Kompetenzen in verschiedenen Dimensionen differenzierter zu erfassen, zu beschreiben und zu ordnen. Beim Aufbau des Kompetenzmodells, das den im Folgenden formulierten Grundkompetenzen für die Mathematik zugrunde liegt, hat sich das Konsortium an den eingangs genannten Zielen orientiert und sich von Kompetenzmodellen aus anderen Ländern bzw. internationalen Projekten (NCTM, PISA, KMK u.a.m.), aber auch von den Besonderheiten der Schweiz (Lehrplanvergleich, Kultur- und Sprachunterschiede) leiten lassen.

## 1.2 Bezug zum Kompetenzmodell

Die Grundkompetenzen Mathematik stützen sich auf ein mehrdimensionales Kompetenzmodell, in dem verschiedene, für die Beschreibung von mathematischen Kompetenzen wichtige Aspekte und Faktoren unterschieden und in eine systematische Ordnung gebracht werden. In diesem Modell werden

1. Handlungsaspekte,
2. (inhaltsbezogene) Kompetenzbereiche,
3. verschiedene Kompetenzniveaus,
4. eine Entwicklungsdimension (Jahrgangsstufen 4, 8 und 11) und
5. nichtkognitive Dimensionen (insbesondere motivationale und soziale Facetten)

berücksichtigt.

In der untenstehenden Grafik sind die beiden erstgenannten Dimensionen «Handlungsaspekte» und «Kompetenzbereiche» in Form einer Matrix dargestellt, die das Grundschema für die Kompetenzbeschreibungen der einzelnen Jahrgangsstufen (mit gewissen Einschränkungen bezüglich der Jahrgangsstufen 4 und 8 – siehe unten) bildet.

Die hier grau wiedergegebenen Matrixfelder stehen als Platzhalter für die verschiedenen Kompetenzbeschreibungen der Jahrgangsstufen 4, 8 und 11. Die Matrixform macht deutlich, dass Beschreibungen mathematischer Kompetenzen sowohl ein inhaltliches als auch ein handlungsbezogenes Element aufweisen müssen.

Ein Vergleich der entsprechenden Kompetenzbeschreibungen der drei Jahrgangsstufen zeigt die Progression in der Entwicklungsdimension des Kompetenzmodells. Von dieser zu unterscheiden ist die Dimension der Kompetenzniveaus: für alle Jahrgangsstufen werden im Folgenden jeweils nur die mathematischen Grundkompetenzen formuliert.

Mathematische Kompetenz erschöpft sich nicht im Wissen und Können, sondern umfasst auch Interesse, Motivation und die Fähigkeit und Bereitschaft zur Teamarbeit (nichtkognitive Dimensionen). Auch diese Dimensionen gehören zur mathematischen Kompetenz, aus Gründen der Lesbarkeit wurde jedoch auf explizite Formulierungen verzichtet. Die mathematischen Grundkompetenzen (als Leistungserwartungen an die Schülerinnen und Schüler) legen fest, welche Kompetenzen praktisch alle Schülerinnen und Schüler auf welchem Niveau am Ende der entsprechenden Jahrgangsstufe erreicht haben sollen. Mathematische Grundkompetenzen formulieren somit Erwartungen an die Schülerinnen und Schüler, implizieren damit aber auch Ansprüche der Schülerinnen und Schüler an das Bildungssystem und die Gesellschaft. Dieser erweiterte Kontext sollte mitgedacht werden, wenn im Folgenden Grundkompetenzen lediglich als Kompetenzerwartungen an die Schülerinnen und Schüler formuliert und konkretisiert werden.

	Wissen, Erkennen und Beschreiben	Operieren und Berechnen	Verwenden von Instrumenten und Werkzeugen	Darstellen und Kommunizieren	Mathematisieren und Modellieren	Argumentieren und Begründen	Interpretieren und Reflektieren der Resultate	Erforschen und Explorieren
	<b>HANDLUNGSASPEKTE</b>							
Zahl und Variable								
Form und Raum								
Grössen und Masse								
Funktionale Zusammenhänge								
Daten und Zufall								

### 1.3 Stufung des Kompetenzmodells

Die ausgewählten Kompetenzbereiche für die Mathematik decken die Gesamtheit der mathematischen Inhalte, die während der Grundschule unterrichtet werden. Für einige Kompetenzbereiche auf gewissen Schulstufen ist es nicht sinnvoll, Grundkompetenzen zu definieren sowie alle Aspekte zu behandeln. Obschon für jedes Schuljahr didaktische Aktivitäten zu allen Lerninhalten vorgesehen sind, umfasst ein Grossteil davon eher Aktivitäten zur Sensibilisierung und Einführung in das jeweilige Thema und kann dementsprechend erst zu einem späteren Zeitpunkt – nach einem angemessenen Lern- und Reifeprozess der Schülerinnen und Schüler – als Kompetenzbereich fungieren. Unter Berücksichtigung dieser Realität wurden deshalb für das 4. Schuljahr lediglich Grundkompetenzen in den Bereichen Zahl und Variable und Form und Raum festgelegt. Entsprechend wurden für das 8. Schuljahr die Bereiche Daten und Zufall weggelassen.

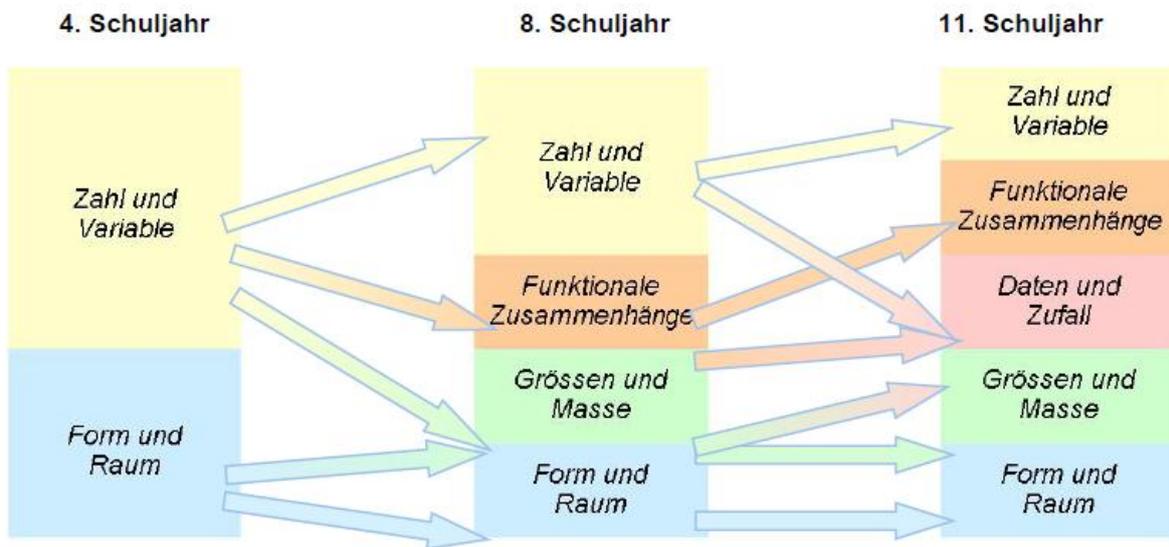
#### Besonderheiten des 4. Schuljahres

Es ist nachvollziehbar, dass im 4. Schuljahr keine Kompetenzen in den Bereichen *Funktionale Zusammenhänge*, *Daten und Zufall* verlangt werden, zumal die dafür vorausgesetzte Fähigkeit, funktionale Zusammenhänge zwischen den Zahlen zu verstehen, bei 8-jährigen Kindern noch nicht entwickelt ist. Die für die 4. Schulstufe ausgewählten Kompetenzbereiche zeichnen sich durch ihre Nähe zum Bereich Grössen und Masse aus und ermöglichen der Leserin oder dem Leser anhand der vorgeschlagenen Kompetenzen eine erste Auseinandersetzung mit Elementen, insbesondere des Bereichs Grössen. Bisher war es noch nicht möglich, alle Handlungsaspekte für den Bereich Grössen und Masse zu entwickeln; man hat deshalb beschlossen, einige Elemente davon in den ausgewählten mathematischen Bereichen Zahl und Variable und Form und Raum zu integrieren. Auf diese Weise werden einige Elemente, die mit Längenvergleichen zusammenhängen, bis zu einem gewissen Grad miteinbezogen; einerseits durch den Zahlenvergleich und andererseits durch die Übertragung einer grafischen Darstellung in eine andere.

Auch bezüglich der Handlungsaspekte, welche Kommunikation und Reflexion beinhalten, können für das 4. Schuljahr nur sehr beschränkt Leistungsanforderungen formuliert werden, die sich auch zuverlässig messen und bewerten lassen. Achtjährige Schülerinnen und Schüler können sehr wohl ihre Überlegungen formulieren, sie verwenden jedoch in der Regel ihre Alltagssprache und fokussieren oft auf persönliche Erfahrungen und Interpretationen. Das macht es schwierig, solche Denkleistungen zu bewerten. Zudem ist es anspruchsvoll und zeitaufwändig, solche Kompetenzen zu überprüfen, da sich 8-jährige Kinder erst in eingeschränktem Mass schriftlich ausdrücken können.

### Logik der Stufung

Wenn man von einer möglichen Entwicklung jedes einzelnen Kompetenzbereichs von Schulstufe zu Schulstufe ausgeht, dann werden Fortschritte vorwiegend in den jeweils für jedes Schuljahr entwickelten Kompetenzbereichen wahrgenommen, was sich wie folgt veranschaulichen lässt:



## 2. GRUNDKOMPETENZEN AM ENDE DES 4. SCHULJAHRES

### 2.1 Kompetenzbereich „Zahl und Variable“

#### 2.1.1 Handlungsaspekt „Wissen, erkennen und beschreiben“

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen Ziffern, Stellenwertschreibweise und Zahlwörter bis 100 und können bis 100 zählen;
- können Vorgänger und Nachfolger einer Zahl im Zahlenraum bis 100 bestimmen;
- können kleine Anzahlen von Objekten ( " 5 ) ohne Abzählen erfassen;
- können die Zahlen von 1 bis 9 auf 10 ergänzen;
- kennen Summen bis  $5 + 5$ .

#### 2.1.2 Handlungsaspekt „Operieren und berechnen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Zahlen (  $< 100$  ) auf dem Zahlenstrahl darstellen;
- eine ungeordnete Anzahl von Objekten abzählen (Zahlenraum bis 20);
- im Zahlenraum bis 100 auf den nächsten Zehner ergänzen;
- Additions- sowie Subtraktionsrechnungen ohne Zehnerüberschreitung im Zahlenraum bis 100 ausführen und dabei bei Bedarf die additive Zerlegung, die Kommutativität oder Assoziativität nutzen;
- eine einfache Tabelle (z.B. 2 Spalten und 3 Zeilen) lesen und ergänzen.

#### 2.1.3 Handlungsaspekt „Instrumente und Werkzeuge verwenden“

Die Schülerinnen und Schüler können

- verschiedene Anordnungen von Zahlen (z.B. Hundertertafel) lesen und nutzen;
- Gruppierungen zum Zählen von Objekten nutzen.

#### 2.1.4 Handlungsaspekt „Darstellen und kommunizieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- ihre eigenen Lösungen und Lösungswege mündlich so darstellen, dass sie für andere Kinder verständlich sind.

#### 2.1.5 Handlungsaspekt „Mathematisieren und modellieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- ein Problem in eine Addition oder Subtraktion übersetzen, die im Zahlenraum bis 20 oder bei den Zehnerzahlen bis 100 gelöst werden kann.

#### 2.1.6 Handlungsaspekt „Argumentieren und begründen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- ein Resultat mithilfe einer Rechnung oder einer Relation (  $<$ ,  $>$ ,  $=$  ) erläutern.

### **2.1.7 Handlungsaspekt „Interpretieren und reflektieren der Resultate“**

Die Schülerinnen und Schüler können

- eine gefundene Lösung zu einer arithmetischen Aufgabe überprüfen, wenn sie explizit dazu aufgefordert werden;
- entscheiden, ob ein gegebenes Resultat eine richtige Lösung darstellt.

### **2.1.8 Handlungsaspekt „Erforschen und explorieren“**

Die Schülerinnen und Schüler können

- angesichts eines Problems Versuche durchführen und dabei verschiedene Lösungsmöglichkeiten berücksichtigen.

## **2.2 Kompetenzbereich „Form und Raum“**

### **2.2.1 Handlungsaspekt „Wissen, erkennen und beschreiben“**

Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen relative Angaben zur Raumlage (insbesondere zwischen, auf, unter, über, darunter, vor, hinter, links von, rechts von) bzw. zur Richtung (links, rechts, geradeaus, vorwärts, rückwärts) und können diese Ausdrücke auch selbst korrekt anwenden;
- erkennen und benennen einfache geometrische Figuren (insbesondere Kreis, Rechteck, Quadrat, Dreieck).

### **2.2.2 Handlungsaspekt „Operieren und berechnen“**

Die Schülerinnen und Schüler können

- einfache geometrische Figuren mithilfe eines Rasters reproduzieren oder ergänzen;
- komplexere Figuren in einfachere Figuren zerlegen und wieder zusammensetzen;
- eine Folge mit einfachen geometrischen Figuren fortsetzen.

### **2.2.3 Handlungsaspekt „Instrumente und Werkzeuge verwenden“**

Die Schülerinnen und Schüler können

- Alltagsgegenstände als Hilfsmittel gebrauchen, um Längen miteinander zu vergleichen;
- Raster verwenden, um die Position eines Gegenstandes in der Ebene zu beschreiben.

### **2.2.4 Handlungsaspekt „Darstellen und kommunizieren“**

Die Schülerinnen und Schüler können

- mündlich geometrische Figuren und Muster sowie Unregelmässigkeiten bei diesen beschreiben.

### **2.2.5 Handlungsaspekt „Mathematisieren und modellieren“**

Die Schülerinnen und Schüler können

- Probleme lösen, die das Wiedererkennen von Formen oder den Gebrauch von geometrischen Transformationen erfordern (z.B. die Vervollständigung einfacher Muster).

### **2.2.6 Handlungsaspekt „Argumentieren und begründen“**

Die Schülerinnen und Schüler können

- mündlich rechtfertigen, inwiefern eine Figur oder ein Muster Unregelmässigkeiten aufweist oder Abweichungen von einem vorgegebenen Schema zeigt.

### **2.2.7 Handlungsaspekt „Interpretieren und reflektieren der Resultate“**

Die Schülerinnen und Schüler können

- entscheiden, ob eine Figur oder ein Muster eine Lösung eines gegebenen Problems darstellt.

### **2.2.8 Handlungsaspekt „Erforschen und explorieren“**

Die Schülerinnen und Schüler können

- vorgegebene Formen systematisch anpassen, um eine Figur oder ein Motiv anhand von vorgegebenen Kriterien zu konstruieren.