

BILDUNGSSTANDARDS

8. Schuljahr – MATHEMATIK

1. ALLGEMEINE BEMERKUNGEN ZUM FACHBEREICH UND ZUM KOMPETENZMODELL

1.1 Kontext

Das Verhältnis vieler Erwachsener zur Mathematik ist zwiespältig. Auf der einen Seite ist der Wert der Mathematik unbestritten. Sie ist der Inbegriff einer exakten Wissenschaft, Ursprung und Vorbild für alle Wissenschaften. Ohne mathematische Hilfsmittel wären die Fortschritte in Naturwissenschaften und Technik unmöglich. Auf der anderen Seite gilt die Mathematik vielen – auch «bildungsnahen» – Erwachsenen als Inbegriff des Abstrakten, Schwierigen, Blutleeren und Langweiligen. Diese Zwiespältigkeit zu beheben oder zumindest zu verringern ist ein wichtiger Bildungsauftrag des Schulfachs Mathematik. Ohne mathematische Grundbildung erschliesst sich die moderne, von Information, Kommunikation und Technik geprägte Welt nur unzureichend und reduziert sich die Mitgestaltungsmöglichkeit und Teilhabe am gesellschaftlichen Leben. Dies kommt auch in der PISA-Definition der mathematischen Grundbildung als «mathematical literacy» zum Ausdruck. Sie wird als die Fähigkeit definiert «die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens einer Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht».

Auch wenn diese Definition etwas einseitig die Vorbereitung auf die gesellschaftliche Rolle als Bürger in den Vordergrund stellt und die persönliche Selbstverwirklichung, das lebenslange Lernen und den Bildungswert der Mathematik weniger betont, gibt sie für die Festlegung mathematischer Grundkompetenzen wichtige Impulse. Mathematische Grundkompetenzen sollen den Schülerinnen und Schülern helfen, die Welt (in der weitesten Bedeutung des Wortes) zu verstehen, sie konstruktiv, engagiert und reflektiert mitzugestalten und sich selbst in ihr zu entfalten und weiterzuentwickeln.

Ein Kompetenzmodell ist ein Hilfsmittel, um Kompetenzen in verschiedenen Dimensionen differenzierter zu erfassen, zu beschreiben und zu ordnen. Beim Aufbau des Kompetenzmodells, das den im Folgenden formulierten Grundkompetenzen für die Mathematik zugrunde liegt, hat sich das Konsortium an den eingangs genannten Zielen orientiert und sich von Kompetenzmodellen aus anderen Ländern bzw. internationalen Projekten (NCTM, PISA, KMK u.a.m.), aber auch von den Besonderheiten der Schweiz (Lehrplanvergleich, Kultur- und Sprachunterschiede) leiten lassen.

1.2 Bezug zum Kompetenzmodell

Die Grundkompetenzen Mathematik stützen sich auf ein mehrdimensionales Kompetenzmodell, in dem verschiedene, für die Beschreibung von mathematischen Kompetenzen wichtige Aspekte und Faktoren unterschieden und in eine systematische Ordnung gebracht werden. In diesem Modell werden

1. Handlungsaspekte,
2. (inhaltsbezogene) Kompetenzbereiche,
3. verschiedene Kompetenzniveaus,
4. eine Entwicklungsdimension (Jahrgangsstufen 4, 8 und 11) und
5. nichtkognitive Dimensionen (insbesondere motivationale und soziale Facetten)

berücksichtigt.

In der untenstehenden Grafik sind die beiden erstgenannten Dimensionen «Handlungsaspekte» und «Kompetenzbereiche» in Form einer Matrix dargestellt, die das Grundschema für die Kompetenzbeschreibungen der einzelnen Jahrgangsstufen (mit gewissen Einschränkungen bezüglich der Jahrgangsstufen 4 und 8 – siehe unten) bildet.

Die hier grau wiedergegebenen Matrixfelder stehen als Platzhalter für die verschiedenen Kompetenzbeschreibungen der Jahrgangsstufen 4, 8 und 11. Die Matrixform macht deutlich, dass Beschreibungen mathematischer Kompetenzen sowohl ein inhaltliches als auch ein handlungsbezogenes Element aufweisen müssen.

Ein Vergleich der entsprechenden Kompetenzbeschreibungen der drei Jahrgangsstufen zeigt die Progression in der Entwicklungsdimension des Kompetenzmodells. Von dieser zu unterscheiden ist die Dimension der Kompetenzniveaus: für alle Jahrgangsstufen werden im Folgenden jeweils nur die mathematischen Grundkompetenzen formuliert.

Mathematische Kompetenz erschöpft sich nicht im Wissen und Können, sondern umfasst auch Interesse, Motivation und die Fähigkeit und Bereitschaft zur Teamarbeit (nichtkognitive Dimensionen). Auch diese Dimensionen gehören zur mathematischen Kompetenz, aus Gründen der Lesbarkeit wurde jedoch auf explizite Formulierungen verzichtet. Die mathematischen Grundkompetenzen (als Leistungserwartungen an die Schülerinnen und Schüler) legen fest, welche Kompetenzen praktisch alle Schülerinnen und Schüler auf welchem Niveau am Ende der entsprechenden Jahrgangsstufe erreicht haben sollen. Mathematische Grundkompetenzen formulieren somit Erwartungen an die Schülerinnen und Schüler, implizieren damit aber auch Ansprüche der Schülerinnen und Schüler an das Bildungssystem und die Gesellschaft. Dieser erweiterte Kontext sollte mitgedacht werden, wenn im Folgenden Grundkompetenzen lediglich als Kompetenzerwartungen an die Schülerinnen und Schüler formuliert und konkretisiert werden.

	Wissen, Erkennen und Be- schreiben	Operieren und Berechnen	Verwenden von Instru- menten und Werk- zeugen	Darstellen und Kommuni- zieren	Mathemati- sieren und Modellieren	Argumen- tieren und Begründen	Interpre- tieren und Reflektieren der Resultate	Erforschen und Explorieren
	HANDLUNGSASPEKTE							
Zahl und Variable								
Form und Raum								
Grössen und Masse								
Funktionale Zusammenhänge								
Daten und Zufall								

1.3 Stufung des Kompetenzmodells

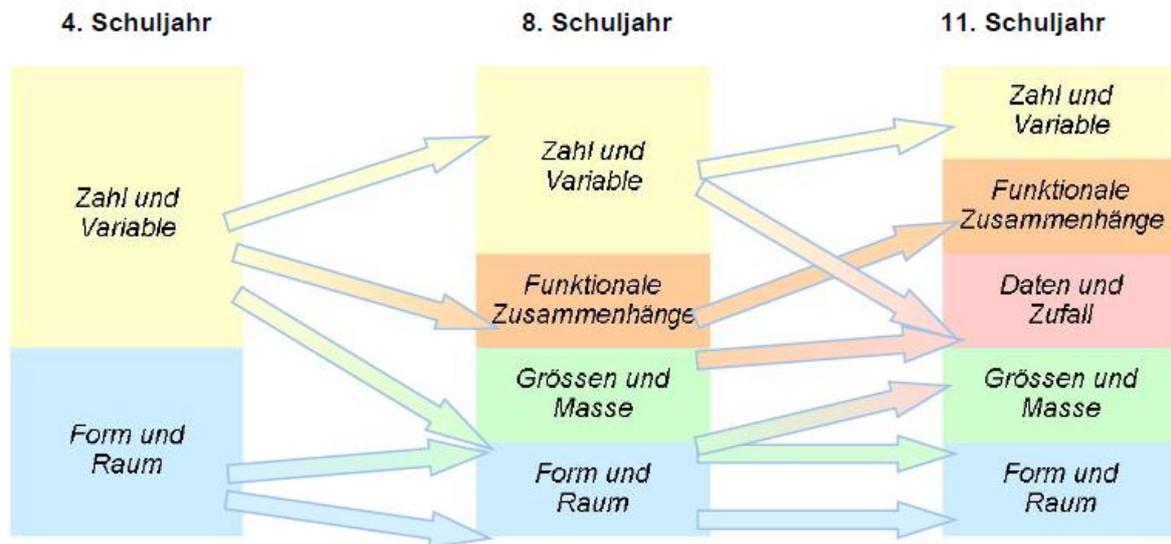
Die ausgewählten Kompetenzbereiche für die Mathematik decken die Gesamtheit der mathematischen Inhalte, die während der Grundschule unterrichtet werden. Für einige Kompetenzbereiche auf gewissen Schulstufen ist es nicht sinnvoll, Grundkompetenzen zu definieren sowie alle Aspekte zu behandeln. Obschon für jedes Schuljahr didaktische Aktivitäten zu allen Lerninhalten vorgesehen sind, umfasst ein Grossteil davon eher Aktivitäten zur Sensibilisierung und Einführung in das jeweilige Thema und kann dementsprechend erst zu einem späteren Zeitpunkt – nach einem angemessenen Lern- und Reifeprozess der Schülerinnen und Schüler – als Kompetenzbereich fungieren. Unter Berücksichtigung dieser Realität wurden deshalb für das 4. Schuljahr lediglich Grundkompetenzen in den Bereichen Zahl und Variable und Form und Raum festgelegt. Entsprechend wurden für das 8. Schuljahr die Bereiche Daten und Zufall weggelassen.

Besonderheiten des 8. Schuljahres

Im 8. Schuljahr steht das Verständnis von Proportionalität und von funktionalen Zusammenhängen zwischen den Zahlen in Entwicklung und kann deshalb erst auf der Sekundarstufe behandelt werden. Die Schülerinnen und Schüler des 8. Schuljahres können trotzdem Informationen aus einer Tabelle entnehmen bzw. selbst eine Tabelle mit eigenen Messdaten erstellen. In diesem Sinne wäre es möglich, einige Handlungsaspekte für den Bereich *Datenanalyse* und *Wahrscheinlichkeit* zu beschreiben, aber gewisse Aspekte wären so nahe beieinander oder so wenig entwickelt, dass man sich für die Einbettung dieser Themen insbesondere in die Bereiche *Zahl und Variable*, *Grössen und Masse* oder *Funktionale Zusammenhänge* entschieden hat.

Logik der Stufung

Wenn man von einer möglichen Entwicklung jedes einzelnen Kompetenzbereichs von Schulstufe zu Schulstufe ausgeht, dann werden Fortschritte vorwiegend in den jeweils für jedes Schuljahr entwickelten Kompetenzbereichen wahrgenommen, was sich wie folgt veranschaulichen lässt:



2. GRUNDKOMPETENZEN AM ENDE DES 8. SCHULJAHRES

2.1 Kompetenzbereich „Zahl und Variable“

2.1.1 Handlungsaspekt „Wissen, erkennen und beschreiben“

Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden arithmetische Fachausdrücke (insbesondere Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Summand, Faktor, Summe, Differenz, Produkt, Quotient, Rest, Teiler, Vielfache) und Symbole ($=, \neq, <, \leq, >, \geq, +, -, \cdot, :, ()$);
- kennen die Dezimalschreibweise (Stellenwertsystem) und können natürliche Zahlen und Dezimalzahlen lesen, schreiben und ordnen;
- kennen Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5, 10.

2.1.2 Handlungsaspekt „Operieren und berechnen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- natürliche Zahlen und endliche Dezimalzahlen auf dem Zahlenstrahl darstellen;
- Addition und Subtraktion mit natürlichen Zahlen und endlichen Dezimalzahlen sowie Multiplikationen und Divisionen natürlicher Zahlen mit insgesamt höchstens 5 Ziffern mündlich, halbschriftlich oder schriftlich durchführen;
- Rechengesetze zur Vereinfachung von mündlichen und halbschriftlichen Rechnungen nutzen;
- Resultate von Rechnungen im Raum der natürlichen Zahlen schätzen und runden.

2.1.3 Handlungsaspekt „Instrumente und Werkzeuge verwenden“

Die Schülerinnen und Schüler können

- die wichtigsten Funktionen und Tasten eines Taschenrechners (insbesondere $+, -, \times, \div, =, .$) verwenden.

2.1.4 Handlungsaspekt „Darstellen und kommunizieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- eigene Rechnungen und Argumentationen so darstellen, dass sie für andere nachvollziehbar sind;
- auf Sätze, arithmetische Symbole, Tabellen und Skizzen zurückgreifen, um ihren Lösungsweg zu arithmetischen Problemen (Grundoperationen) darzustellen.

2.1.5 Handlungsaspekt „Mathematisieren und modellieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Alltagsprobleme und mathematische Situationen in eine arithmetische Sprache übersetzen (insbesondere in Form von Grundoperationen), um sie lösen zu können.

2.1.6 Handlungsaspekt „Argumentieren und begründen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- ihren Lösungsweg mithilfe einer Rechnung und Erläuterungen rechtfertigen.

2.1.7 Handlungsaspekt „Interpretieren und reflektieren der Resultate“

Die Schülerinnen und Schüler können

- ein Resultat aufgrund einer Schätzung der Grössenordnung und/oder einer Berechnung sowie der Berücksichtigung der Problemstellung und/oder der Realität akzeptieren oder zurückweisen.

2.1.8 Handlungsaspekt „Erforschen und explorieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- durch systematische numerische Versuche einige mögliche Fälle bestimmen, die die Bedingungen einer gegebenen Situation erfüllen;
- die Gültigkeit einer Behauptung mithilfe vorgegebener oder frei gewählter Beispiele testen.

2.2 Kompetenzbereich „Form und Raum“

2.2.1 Handlungsaspekt „Wissen, erkennen und beschreiben“

Die Schülerinnen und Schüler

- verstehen und verwenden geometrische Grundbegriffe (Punkt, Gerade, Strecke, Winkel, Parallele, Senkrechte, Radius, Durchmesser, Umfang, Symmetrieachse, Diagonale, Dreieck, Rechteck, Quadrat, Kreis, Fläche, Würfel), Notationen und Symbole zur Angabe von Winkeln und Längen;
- können Informationen zu geometrischen Sachverhalten aus Skizzen und Zeichnungen herauslesen.

2.2.2 Handlungsaspekt „Operieren und berechnen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- sich im Raum mithilfe von Beschreibungen und einfachen Plänen orientieren;
- Vielecke in einfache Grundfiguren (Dreieck, Rechteck, Quadrat) zerlegen und wieder neu zusammensetzen, um eine vereinfachte Flächenberechnung zu ermöglichen;
- einfache ebene geometrische Figuren und regelmässige geometrische Muster (z.B. Ornamente, Parkette) skizzieren und zeichnen.

2.2.3 Handlungsaspekt „Instrumente und Werkzeuge verwenden“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Zirkel, Lineal und Geodreieck gebrauchen, um festzustellen, ob zwei Linien parallel oder rechtwinklig zueinander sind bzw. um entsprechende Linien zu zeichnen.

2.2.4 Handlungsaspekt „Darstellen und kommunizieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- geometrische Situationen mit Worten, Skizzen und Zeichnungen darstellen;
- die Lage und Lageveränderung (verschieben, drehen, umdrehen) von Objekten in der Ebene und im Raum mit geeigneten Worten beschreiben.

2.2.5 Handlungsaspekt „Mathematisieren und modellieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Realgegenstände und Realsituationen mit geometrischen Darstellungen (insbesondere Pläne und Skizzen) in Beziehung setzen.

2.2.6 Handlungsaspekt „Argumentieren und begründen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Behauptungen rechtfertigen, indem sie bekannte geometrische Eigenschaften einfacher ebener Figuren gebrauchen (z.B. Parallelität, Rechtwinkligkeit).

2.2.7 Handlungsaspekt „Interpretieren und reflektieren der Resultate“

Die Schülerinnen und Schüler können

- prüfen, ob ein Resultat alle Bedingungen einer geometrischen Problemstellung erfüllt.

2.2.8 Handlungsaspekt „Erforschen und explorieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- durch Ausprobieren Konstellationen von Formen finden, die die Bedingungen einer gegebenen Situation (z.B. Pentominos, Würfelabwicklungen, Zusammensetzung von Formen) erfüllen, und versuchen eine Vermutung zu formulieren.

2.3 Kompetenzbereich „Grössen und Masse“

2.3.1 Handlungsaspekt „Wissen, erkennen und beschreiben“

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen die Fachausdrücke der wichtigsten Grössen (Geld, Längen, Flächeninhalt, Masse/Gewicht, Zeit, Hohlmasse) und die gebräuchlichen Masseinheiten;
- können konkrete Beispiele der wichtigsten Grössen geben.

2.3.2 Handlungsaspekt „Operieren und berechnen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- den Umfang von Polygonen und den Flächeninhalt von Rechtecken berechnen, wenn die Längenangaben der Seiten ganzzahlig sind;
- Berechnungen mit Grössen (Geld, Längen, Flächen, Masse/Gewicht, Zeit, Hohlmasse) durchführen;
- Grössen miteinander vergleichen, messen und runden.

2.3.3 Handlungsaspekt „Instrumente und Werkzeuge verwenden“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Messinstrumente (Lineal, Doppelmeter, Waage, Uhr, Messbecher) der Situation angemessen verwenden.

2.3.4 Handlungsaspekt „Darstellen und kommunizieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Berechnungen und Lösungswege bezüglich der Masseinheiten korrekt und unmissverständlich darstellen.

2.3.5 Handlungsaspekt „Mathematisieren und modellieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Alltagsprobleme in eine mathematische Sprache übersetzen, um eine Lösung unter Berücksichtigung der geeigneten Grössen und Masseinheiten zu bestimmen.

2.3.6 Handlungsaspekt „Argumentieren und begründen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- qualitative Behauptungen (z.B. gross–klein, lang–kurz) mithilfe von Grössenangaben präzisieren und begründen.

2.3.7 Handlungsaspekt „Interpretieren und reflektieren der Resultate“

Die Schülerinnen und Schüler können

- ein Resultat durch Bezugnahme auf eine Schätzung der Grössenordnung, eine Berechnung, eine Umrechnung oder die Realität akzeptieren oder zurückweisen.

2.3.8 Handlungsaspekt „Erforschen und explorieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Grössenverhältnisse (z.B. Volumen verschiedener Gegenstände) und Zusammenhänge zwischen verschiedenen Grössen (z.B. Fläche und Umfang) durch einfache Messungen und Experimente erkunden und erforschen.

2.4 Kompetenzbereich „Funktionale Zusammenhänge“

2.4.1 Handlungsaspekt „Wissen, erkennen und beschreiben“

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen eine Wertetabelle als Ausdruck eines Zusammenhanges;
- erkennen direktproportionale Veränderungen in numerischen und grafischen Kontexten.

2.4.2 Handlungsaspekt „Operieren und berechnen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- einfache Zahlenfolgen fortsetzen, Wertetabellen ergänzen bzw. einfache Berechnungen zu Proportionalitäten durchführen;
- grafische Darstellungen von einfachen Funktionen ergänzen.

2.4.3 Handlungsaspekt „Instrumente und Werkzeuge verwenden“

Die Schülerinnen und Schüler können

- einen Taschenrechner benutzen, um Funktionstabellen zu erstellen.

2.4.4 Handlungsaspekt „Darstellen und kommunizieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- verbale Beschreibungen (ohne Fachterminologie) und geeignete Wertetabellen benutzen, um ihren Lösungsweg bezüglich einfacher funktionaler Zusammenhänge (insbesondere Proportionalität) darzustellen.

2.4.5 Handlungsaspekt „Mathematisieren und modellieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Wertetabellen und grafische Darstellungen erstellen und benutzen, um proportionale Zusammenhänge in alltäglichen Situationen (ohne spezifische Terminologie) zu beschreiben und Probleme zu lösen.

2.4.6 Handlungsaspekt „Argumentieren und begründen“

Die Schülerinnen und Schüler können

- ihren Lösungsweg zu funktionalen Zusammenhängen mithilfe von Wertetabellen, Berechnungen und Erklärungen rechtfertigen.

2.4.7 Handlungsaspekt „Interpretieren und reflektieren der Resultate“

Die Schülerinnen und Schüler können

- ein Resultat zu einer Proportionalitätsaufgabe durch eine Rechnung und durch die Berücksichtigung der Problemstellung und/oder der Realität akzeptieren oder zurückweisen.

2.4.8 Handlungsaspekt „Erforschen und explorieren“

Die Schülerinnen und Schüler können

- Vermutungen über funktionale Zusammenhänge (insbesondere zur Proportionalität) testen, die in der Realität und in der Mathematik beobachtet wurden.